



e-learningUP | 2003-2004

Workshop

Projecto E-learningUP|2003-2004: Disciplinas Piloto

Matemática


Paulo Vasconcelos



Universidade do Porto

FEP Faculdade de
Economia

Contextualização

- **Descrição da disciplina de Matemática**
 - Licenciatura em Gestão, 1.º ano, anual
 - Cobre parcialmente Matemática I e II dos 1.º e 2.º anos da licenciatura em Economia
 - “Álgebra Linear” e “Cálculo Diferencial e Integral”
- **Estratégias de ensino antes deste projecto: Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)**
 - Página própria de disciplina:
 = <http://www.fep.up.pt/disciplinas/g102/>
 - Utilização de sistemas de video-projectão e retro-projectão
 - Utilização “software” de matemática

Contextualização

- Dados de anos anteriores à existência do curso “on-line” da disciplina de Matemática

ano lectivo	98/99	99/00	00/01	01/02
inscritos	253	252	258	279
avaliados	157	142	130	135
inscritos/avaliados (%)	62,1	56,3	50,4	48,4
aprovações (%)	63,7	75,4	74,6	59,3



motivar alunos induzindo-lhes auto-confiança

Motivação

- Estimular a compreensão da Matemática
- Complementar as aulas presencias
- Disponibilizar acesso para consulta pontual
- Autonomizar processo aprendizagem
- Ilustrar a futuros economistas e gestores a Matemática como instrumento essencial para a modelação e resolução de problemas económicos e de ciências empresariais



mais valia quer
pela disponibilidade temporal quer
pela potencialidade em motivar alguns alunos

Objectivos

- **Criar repositório seguro e controlável de documentos**
- **Disponibilizar aulas e outro material de apoio**
- **Promover a autonomização e a auto-aprendizagem**
- **Aumentar a auto-confiança dos alunos**
- **Desenvolver conteúdos específicos para a componente “on-line”**

Modelo / Estratégia

- Complementar as aulas presenciais com o curso “on-line”
- Frequência não obrigatória
- Complementaridade \neq Sobreposição
- Parte “off-line”:
 - discussão e resolução de exercícios
- Parte “on-line”:
 - fornecidos enunciados dos exercícios e exemplificadas as resoluções de alguns problemas devidamente tipificados
 - ilustração de exemplos de aplicação dos assuntos estudados em economia e gestão
 - testes de auto-avaliação e tópicos de resolução das provas de exame dos anos anteriores

Organização e implementação

- **Organização do projecto**
 - **Abordagem sistemática e modular dos assuntos tratados**
 - **Módulos baseados em aulas**
 - **Cada aula é composta por:**
 - **Resumo teórico sobre os conteúdos em estudo**
 - **Exemplos práticos**
 - **Exercícios resolvidos**
 - **Exemplos de aplicação**
 - **Documentos preferencialmente disponibilizados em formato .html**

Organização e implementação

- **Formatos utilizados**
 - (.doc), (.tex), (.pdf), (.gif), (.jpg)
- **Recursos utilizados**
 - Word do Office: ficheiros .doc
 - Latex : ficheiros .tex
 - Conversor : .doc para .html
 - Conversor : .tex para .html
 - Conversor : .doc e .tex para .pdf

Organização e implementação

- **Sobre a plataforma WebCT**
 - **Porquê WebCT?**
 - Versão que precedeu este projecto estava assente nesta plataforma
 - **Opinião + ?**
 - Tem um aspecto gráfico interessante e apelativo
 - Permite uma gestão bastante elaborada e fácil do curso
 - **Opinião - ?**
 - Modo de inscrição dos alunos no curso (resolvido)
 - Elaboração de “quizzes” com simbologia matemática (provavelmente comum a outras plataformas; resolvido na nova versão disponibilizada este ano pelo GATIUP)

Organização e implementação

- **Funcionalidades do WebCT usadas**
 - calendário
 - “email” interno
 - ferramentas de gestão alunos
 - ferramentas de gestão de conteúdos
 - disponibilização selectiva de informação
- **Funcionalidades objectivamente não usadas**
 - “chat”
 - elaboração de “quizzes” e de “self tests”

O curso “on-line”

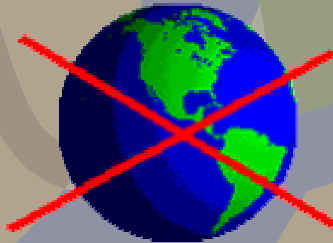
- com rede:



- Resultados



- sem rede:



- “screen shots” do curso



Matemática - WebCT 4.1.3 - Mozilla Firefox

File Edit View Go Bookmarks Tools Help

http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home

Firefox Help Firefox Support Plug-in FAQ Solutions and Services

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help Resume Course Course Map

Course Menu Homepage

Homepage

Bem vindo ao curso de Matemática "on-line" da licenciatura em Gestão do WebCT

Para ter acesso ao conteúdo da pasta "Conteúdo Curso" deve ser aluno do 1º ano da licenciatura em Gestão da FEP e enviar um email através do correio interno na pasta "Mail" para Paulo Vasconcelos solicitando o acesso e indicando o seu NOME e Nº ESTUDANTE. Receberá posteriormente através do mesmo correio interno a necessária autorização.

Calendário Assuntos para Discutir Mail

Conteúdo Curso Introdução

Done

Start Matemática - WebCT ... untitled - Paint Infopédia quizze 16:18

Matemática - WebCT 4.1.3 - Mozilla Firefox

File Edit View Go Bookmarks Tools Help

http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home

Firefox Help Firefox Support Plug-in FAQ Solutions and Services

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Mail > **Conteúdo Curso**


Homepage


π \div $<$ $\%$ $f(x)$ \neq Δ \int $f()$ \emptyset dx \cdot t

→ **Algebra Linear**
Álgebra Linear

Calculo Diferencial
Funções Reais definidas em \mathbb{R}^n

Calculo Integral
Cálculo integral


Notas dos testes e exames


testes de auto-avaliação e exames

Done

Matemática - WebCT 4.1.3 - Mozilla Firefox

File Edit View Go Bookmarks Tools Help

http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home

Firefox Help Firefox Support Plug-in FAQ Solutions and Services

U. PORTO **Matemática** myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Mail > Conteúdo Curso > **Álgebra Linear**

Homepage

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Aula 1: Matrizes

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

Aula 2: Determinantes

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Aula 3: Sistemas

$$(\mathbb{R}^n, +, \cdot)$$

Aula 4: Espaço Vectorial

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

Aula 5: Transformações Lineares

$$AX = \lambda X, X \neq 0$$

Aula 6: Valores e Vectors Próprios

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(X) = X^T A X$$

Aula 7: Formas Quadráticas

Done

Matemática - WebCT 4.1.3 - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Media Print View Source Reload

Address http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home Go Links

U. PORTO **Matemática** myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ **Course Menu** Homepage > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > **Aula 1: Matrizes**

Homepage

Notas sobre Álgebra Linear: Matrizes

Paulo Vasconcelos

Disciplina de Matemática, Curso de Gestão, Faculdade Economia Porto

- 1 [Noções gerais sobre matrizes](#)
- 2.1 [Definições](#)
- 2.2 [Igualdade de matrizes](#)
- 2.3 [Cálculo matricial](#)
 - 2.3.1 [Adição de matrizes](#)
 - 2.3.2 [Multiplicação de uma matriz por um escalar](#)
 - 2.3.3 [Multiplicação de duas matrizes](#)
- 2.4 [O espaço das matrizes como espaço vectorial](#)
- 2.5 [Matriz transposta](#)
- 2.6 [Matrizes inversas](#)

Aula 1: Matrizes Internet

Matemática - WebCT 4.1.3 - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Media Print Copy Paste Address http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home Go Links

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > **Aula 1: Matrizes**

Homepage

1 NOÇÕES GERAIS SOBRE MATRIZES

2.1 DEFINIÇÕES

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{ij}] \quad , \quad \begin{matrix} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n \end{matrix}$$

a_{ij} representa o elemento que está na linha i coluna j


dimensão da matriz é $m \times n$, $\dim(A) = m \times n$

Seja A uma matriz $m \times n$:

- se $m \neq n$, matriz **rectangular**
- se $m = n$, matriz **quadrada**
- se todos os elementos são nulos, A diz-se **matriz nula**
- se todos os elementos são reais, escreve-se $A \in \mathfrak{R}$

uma matriz com uma só linha diz-se matriz linha ou **vector linha**

- uma matriz com uma só coluna diz-se matriz coluna ou **vector**



Aula 1: Matrizes Internet

Matemática - WebCT 4.1.3 - Mozilla Firefox

File Edit View Go Bookmarks Tools Help


http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home

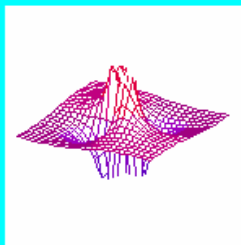
Firefox Help Firefox Support Plug-in FAQ Solutions and Services

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

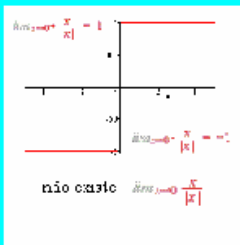
Course Menu Homepage > Mail > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > **Funções Reais definidas em \mathbb{R}^n**

Homepage

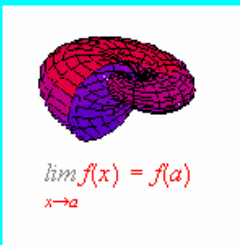




Aula 1: Domínio e Representação Gráfica

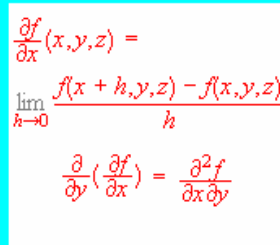


Aula 2: Limite



Aula 3: Continuidade

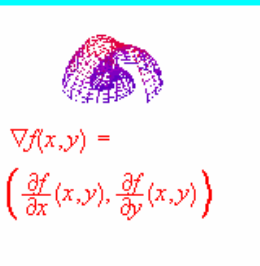
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$



Aula 4: Derivada

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y, z) - f(x, y, z)}{h}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$



Aula 5: Diferenciabilidade (fórmula Taylor, gradiente, diferencial)

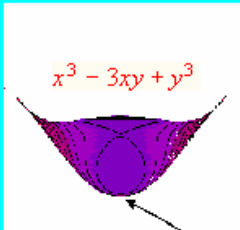
$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right)$$

$$f(\lambda X) = \lambda^\alpha f(X)$$

Aula 6: Função Homogénea

$$xy = c \quad c \neq 0$$

$$y + x \frac{dy}{dx} = 0$$



$$x^3 - 3xy + y^3$$

$$\nabla f(x, y) = \lambda \nabla g(x, y)$$

Done

Matemática - WebCT 4.1.3 - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Media Print Copy Paste

Address http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home Go Links

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > Aula 1: Matriz... > Funções Reais ... > **Aula 1: Domíni...**

Homepage

Notas sobre funções reais definidas em \mathbb{R}^n : Domínio e representação gráfica

Paulo Vasconcelos
Disciplina de Matemática, Curso de Gestão, Faculdade Economia Porto.
trabalho baseado no livro:
Funções reais definidas em \mathbb{R}^n : exercícios e aplicações
António Cerqueira e Paulo Vasconcelos
Litexa Editora, 1997.

- 1 [Domínio e representação gráfica](#)
- 1.1 [O espaço vectorial \$\mathbb{R}^n\$](#)
- 1.2 [Definição de função real de várias variáveis reais](#)
- 1.3 [Algumas aplicações à economia e gestão](#)

Matemática - WebCT 4.1.3 - Microsoft Internet Explorer


File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Media Print Copy Paste Address http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home Go Links

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > Aula 1: Matriz... > Funções Reais ... > **Aula 1: Domíni...**

Homepage



Exercício 2 Representar num referencial o ponto $P = (1, 2, 3)$. No plano xOy marca-se o ponto $(1, 2)$ da forma habitual. Traça-se o segmento que une a origem do referencial ao pinto encontrado. A partir da altura 3, traça-se uma paralela em relação a esse segmento e a partir do ponto $(1, 2)$ uma paralela ao eixo z 's. O ponto de intersecção será $(1, 2, 3)$. Outra forma de visualizar o ponto é encontrar a intersecção dos planos $x = 1$, $y = 2$ e $z = 3$.

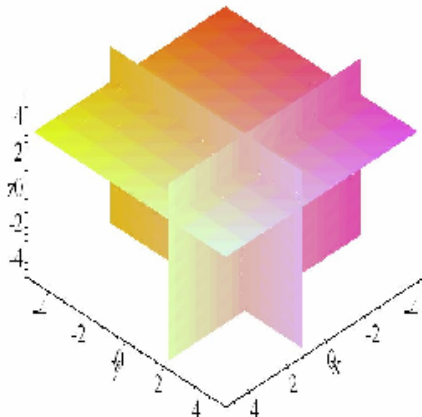



Figura 1: Planos $x = 1$, $y = 2$ e $z = 3$.



Internet

Matemática - WebCT 4.1.3 - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Media Print View Source Reload


Address http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home Go Links »

U. PORTO Matemática myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > ... > Álgebra Linear > Aula 1: Matriz... > Funções Reais ... > Aula 1: Domíni... > **Aula 9: Extrem...**

Homepage

9.1 Algumas aplicações à economia e gestão



Exemplo 3 A função de produção de uma firma é $Q(L, K) = 2K^{0.5}L^{0.5}$. Os custos por unidade de capital e trabalho são, respectivamente, 4 euros e 3 euros. Determine os valores de K e L que minimizam os custos totais dos inputs na condição de produzir 160 unidades.

O custo total em usar K unidades de capital e L unidades de trabalho é $C = 4K + 3L$. A cota de produção da firma é $Q(L, K) = 160$. Ou seja, queremos $2K^{0.5}L^{0.5}$ minimizar a função objectivo $C = 4K + 3L$ usando a condição de ligação $2K^{0.5}L^{0.5} = 160$.

Função Lagrange: $F(K, L) = 4K + 3L + \lambda(2K^{0.5}L^{0.5} - 160)$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial K} = 4 + \lambda \left(\frac{1.0}{K^{0.5}} L^{0.5} \right) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial L} = 3 + \lambda \left(1.0 \frac{K^{0.5}}{L^{0.5}} \right) = 0 \\ 2K^{0.5}L^{0.5} = 160 \end{cases} \text{ Solução é } \{K = 69.282, \lambda = -3.4641, L = 92.376\}.$$

Falta agora verificar que o ponto $P = (69.282, 92.376)$ é um mínimo.

Seja $W(K) = Q(K, L(K))$. Queremos agora conhecer o sinal de $\frac{d^2W}{dK^2}(P)$.

Pela regra da cadeia

$$\frac{dW}{dK} = \frac{\partial Q}{\partial K} + \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{dL}{dK} = 4 + 3 \frac{dL}{dK};$$

para determinar $\frac{dL}{dK}$ derivamos a equação de ligação sabendo L é função implícita de K : $\frac{1.0}{K^{0.5}} L^{0.5} + 1.0 \frac{K^{0.5}}{L^{0.5}} \frac{dL}{dK} = 0$, $\frac{dL}{dK} = -1.0 \frac{L}{K}$. Logo $\frac{dW}{dK} =$

Aula 9: Extremos Condicionados

Matemática - WebCT 4.1.3 - Mozilla Firefox

File Edit View Go Bookmarks Tools Help

http://webct.up.pt/SCRIPT/Matematica/scripts/serve_home

Firefox Help Firefox Support Plug-in FAQ Solutions and Services

U. PORTO **Matemática** myWebCT Check Browser Log Out Help
Resume Course Course Map

▼ Course Menu Homepage > Mail > Conteúdo Curso > Álgebra Linear > Funções Reais definidas em \mathbb{R}^n > **Cálculo integral**

Homepage

$$\int f(x)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx$$

Integrais simples

$$\iint f(x,y)dx dy$$

$$\int_a^b \int_{\varphi_-(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy dx$$

Integrais Duplos

Done

Resultados

- **Alguns dados**
 - **51 alunos inscritos no curso “on-line”**
 - Representam cerca de metade do # clausus
 - **2500 “hits”, 88 “emails”**
 - **96% alunos que frequentaram o curso “on-line”, concluíram a disciplina com sucesso**
 - global: 70%

classificação	média	desvio-padrão
“on-line”	13.3	3.1
global	9.7	4.1

Resultados

- **Respostas de alunos aos inquéritos pedagógicos**
 - **P.tos positivos:**
 - facilidade de acesso às aulas e ao material de apoio
 - disponibilização de exames e tópicos de resolução
 - **P.tos negativos**
 - informação complementar deveria ser em maior quantidade
 - componente “on-line” deveria ser mais desenvolvida
 - **Importância da componente “on-line”**
 - acessibilidade aos conteúdos em qualquer lugar e a qualquer hora
 - complementaridade às aulas presenciais
 - fomento da comunicação professor-aluno
 - **Motivação para utilização da plataforma “e-learning”**
 - segurança de saber que se encontra todo o material necessário
 - fonte de material para melhor acompanhar as aulas
 - complementar o trabalho das aulas presenciais

Resultados

- **Análise resultados**

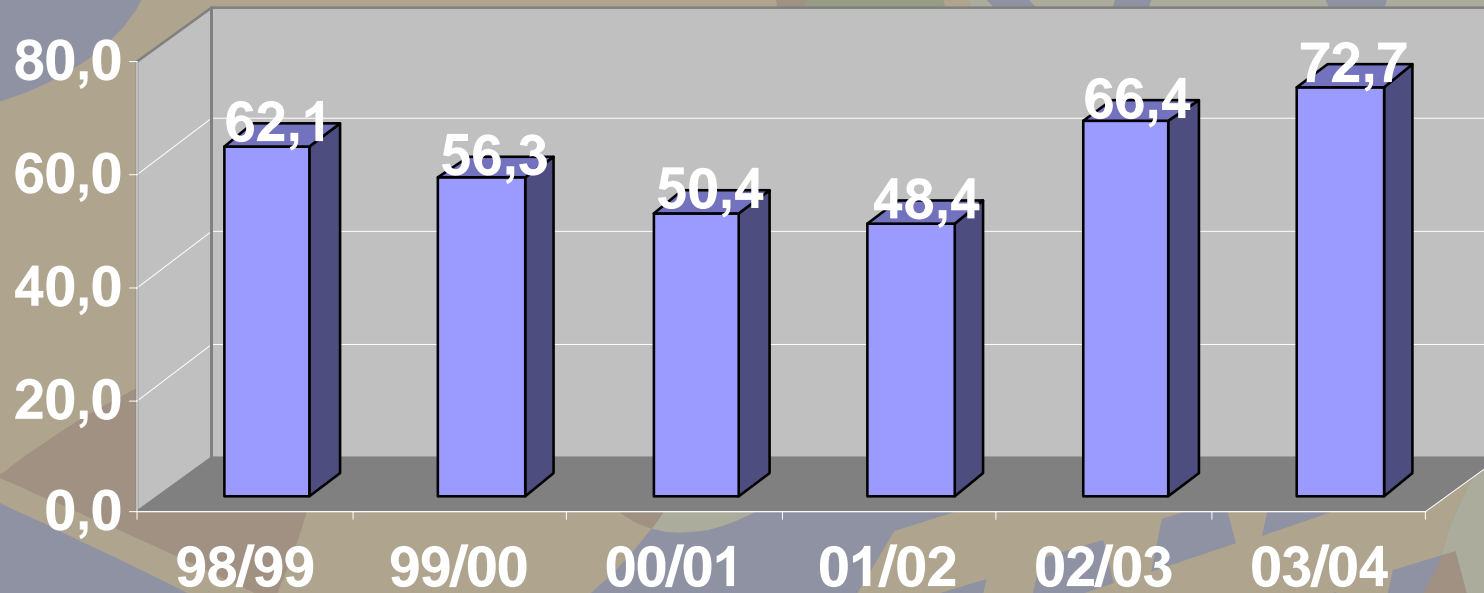
ano lectivo	98/99	99/00	00/01	01/02	02/03	03/04
inscritos	253	252	258	279	298	249
avaliados	157	142	130	135	198	181
inscritos/avaliados (%)	62,1	56,3	50,4	48,4	66,4	72,7
aprovações (%)	63,7	75,4	74,6	59,3	77,3	68,5



e-learning

Resultados

inscritos/avaliados (%)



Conclusão

- **É bom e recomenda-se**
- **Exige esforço e trabalho adicional ...**
- **Abrem-se novas perspectivas de entendimento aluno-docente e estabelecem-se novos canais de comunicação na transmissão de conhecimento**
- **Em relação às plataformas: importante fixar qual ou quais serão usadas de futuro pois muitas das funcionalidades são “plataforma-dependentes”, i.e, não podem ser reutilizadas noutras.**

O que não fiz mas que teria gostado

Trabalho futuro

muito ter feito

- **criar “links” de interesse quer histórico quer suplementar ao curso**
- **aumentar n.º testes de auto-avaliação**
- **desenvolver animações**
- **... tornar o curso mais interactivo**

:: e-learning UP 2003



**DISCIPLINAS
PILOTO**



gatiup



Universidade do Porto
Instituto de Recursos e
Iniciativas Comuns
IRICUP

